

**ПРИЛОЖЕНИЕ К ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ЧОУ «ШКОЛА «ИНТЕГРАЛ»
ГОРОДА ЛИПЕЦКА**

**Элективный курс «Замечательные неравенства: способы получения и примеры
применения»**

(на основе: учебное пособие: Замечательные неравенства: способы получения и примеры
применения: 10 – 11 классы / С.А. Гомонов. - М. Дрофа, - 2006 год, - 254 с. ил. –
(Элективные курсы)

СТРУКТУРА ПРОГРАММЫ

1. Планируемые результаты освоения элективного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения».
2. Содержание элективного курса.
3. Тематическое планирование с указанием количества часов, отводимых на освоение каждой темы.

В соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в Российской Федерации, математическое образование решает, в частности, следующие ключевые задачи:

– «предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе»;

– «обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.»;

– «в среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».

Соответственно, выделяются три направления требований к результатам математического образования:

- 1) практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни);
- 2) математика для использования в профессии;

- 3) творческое направление, на которое нацелены те обучающиеся, которые планируют заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

Цели освоения элективного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения».

- повышение уровня математической подготовки выпускников школы;
- успешно продолжать образование по специальностям, связанным с прикладным использованием математики, а также по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук.

В соответствии с Федеральным законом «Об образовании в РФ» (ст. 12 п. 7) организации, осуществляющие образовательную деятельность, реализуют эти цели в образовательном процессе как на основе учебно-методических комплектов соответствующего уровня, входящих в Федеральный перечень Министерства образования и науки Российской Федерации, так и с возможным использованием иных источников учебной информации (учебно-методические пособия, образовательные порталы и сайты и др.)

При изучении элективного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» выпускник получает возможность изучить математику на гораздо более высоком уровне, что создаст фундамент для дальнейшего серьезного изучения математики в вузе.

При изучении математики большое внимание уделяется развитию коммуникативных умений (формулировать, аргументировать и критиковать), формированию основ логического мышления в части проверки истинности и ложности утверждений, построения примеров и контрпримеров, цепочек утверждений, формулировки отрицаний, а также необходимых и достаточных условий, умению работать по алгоритму, методам поиска алгоритма и определению границ применимости алгоритмов.

Данный элективный курс для учащихся 10 - 11 классов предназначены как для дополнения знаний учащихся, полученных ими на уроках, так и для их углубления.

Структура экзаменационной работы в форме ЕГЭ требует от учащихся не только знаний на базовом уровне, но и умений выполнять задания повышенной и высокой сложности. В рамках урока не всегда возможно рассмотреть подобные задания, поэтому программа элективного курса позволяет решить эту задачу.

Курс предусматривает изучение методов решения различного рода неравенств, расширение и углубление знаний учащихся по решению тригонометрических, иррациональных, показательных и логарифмических неравенств. Большое внимание уделяется заданиям с параметрами. Задания данного курса не просты в решении, что позволяет повысить учебную мотивацию учащихся.

Задачи:

1. Развить и укрепить имеющиеся навыки, освоить ранее неизвестные учащимся приемы и методы решения уравнений и неравенств.
2. Подготовить учащихся к ЕГЭ и дальнейшему обучению в других учебных заведениях.
3. Вызвать интерес к изучаемой теме.
4. Развивать исследовательскую деятельность школьников

Планируемые результаты освоения элективного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения».

Выпускник научится

- Свободно оперировать понятиями: неравенство, равносильные неравенства;
 - решать разные виды неравенств и их систем, в том числе дробно-рациональные и иррациональные;
 - овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных неравенств и нестандартными методами их решений и применять их при решении задач;
 - применять теорему Безу к решению неравенств;
 - применять теорему Виета для решения некоторых неравенств;
 - понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях неравенств;
 - владеть методами решения неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
 - использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
 - решать алгебраические неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
 - владеть разными методами доказательства неравенств;
 - решать неравенства в целых числах;
 - изображать множества на плоскости, задаваемые неравенствами и их системами;
 - свободно использовать тождественные преобразования при решении неравенств и систем неравенств
- В повседневной жизни и при изучении других предметов:*
- составлять и решать, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;

- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;
- составлять и решать неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;
- составлять неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов неравенств и их систем.

Выпускник получит возможность научиться

- *Свободно оперировать понятиями: неравенство, равносильные неравенства;*
- *решать разные виды неравенств и их систем, в том числе дробно-рациональные и иррациональные;*
- *овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных неравенств и нестандартными методами их решений и применять их при решении задач;*
- *применять теорему Безу к решению неравенств;*
- *применять теорему Виета для решения некоторых неравенств;*
- *понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях неравенств;*
- *владеть методами решения неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;*
- *использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;*
- *решать алгебраические неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;*
- *владеть разными методами доказательства неравенств;*
- *решать неравенства в целых числах;*
- *изображать множества на плоскости, задаваемые неравенствами и их системами;*
- *свободно использовать тождественные преобразования при решении неравенств и систем неравенств*
- *свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических неравенств, иррациональных неравенств, тригонометрических неравенств, их систем;*
- *решать основные типы неравенств с параметрами;*
- *применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;*
- *иметь представление о неравенствах между средними степенными.*

Личностные результаты

- 1) ответственное отношение к учению, готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию;
- 2) осознанный выбор и построение дальнейшей индивидуальной траектории образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений с учетом устойчивых познавательных интересов, а также на основе формирования уважительного отношения к труду, развитие опыта участия в социально значимом труде;
- 3) умение контролировать процесс и результат учебной и математической деятельности;
- 4) критичность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач.

Метапредметные результаты:

- 1) умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности;
- 2) умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией;
- 3) умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации;
- 4) умение устанавливать причинно - следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;
- 5) развитие компетентности в области использования информационно - коммуникационных технологий;
- 6) умение выдвигать гипотезы при решении задачи, понимать необходимость их проверки;
- 7) понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом.

**Содержание элективного курса
«Замечательные неравенства: способы получения и примеры
применения».**

10 класс

Числовые неравенства и их свойства

Понятия «больше» и «меньше» для действительных чисел. Строгие числовые неравенства и их свойства. Понятие нестрогого неравенства и его свойства. Числовые неравенства и их свойства.

Основные методы установления истинности числовых неравенств, Или как узнать «Что больше?»

Сравнение значений двух числовых выражений «по определению» и с помощью сравнения с единицей их отношения. Сравнение значений числовых выражений с помощью сопоставления значений степеней этих выражений и методом оценок. Метод вспомогательной функции и использования ее свойств. Использование замечательных неравенств и свойств определенного интеграла. Доказательства числовых неравенств и установление соотношений между значениями числовых выражений.

Основные методы установления истинности неравенств с переменными.

Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение.

Неравенства с переменными, основные понятия и свойства. Методы анализа и синтеза в решении задач на установление истинности неравенств с переменными. Метод «от противного» и метод использования тождеств в решении задач на установление истинности неравенств с переменными. Метод оценивания и метод введения новых переменных. Метод вспомогательных функций. Методы упрощения задач на доказательство неравенств с переменными (метод уменьшения числа переменных и понижения степени неравенства) и метод моделей. Некоторые частные случаи неравенства Коши и их применение. Применение неравенства Коши для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции. Доказательство неравенств с переменными.

Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных

Полная индукция – метод перебора всех вариантов и ее применение к решению задач. Аксиома, принцип и метод математической индукции и их применение при доказательстве неравенств с переменными. Теоремы о сравнениях соответствующих членов двух последовательностей. Неравенство Коши для произвольного числа переменных и его применение к решению задач.

Неравенство Коши - Буняковского и его применение к решению задач.

Неравенство Коши - Буняковского и условия его реализации в варианте равенства. Тождество Лагранжа. Векторный вариант записи неравенства Коши - Буняковского и тригонометрические подстановки.

Неравенства подсказывают методы их обоснования

Метод выравнивания значений переменных (метод Штурма). Метод раздвигания значений переменных. Использование для доказательства неравенств с переменными свойства симметричности функций. Использование для доказательства неравенств с переменными свойства однородности функций. Условные тождества. Некоторые методы доказательства циклических неравенств. Простейшие приемы установления геометрических неравенств. Условные неравенства.

Средние степенные величины

Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое в случае двух и большего числа параметров. Соотношения между ними. Геометрические интерпретации средних величин. Четыре средних линии трапеции. Среднее арифметико – геометрическое Гаусса.

11 класс

Средние степенные величины

Симметрическое среднее. Теорема Мюрхеда. Круговые неравенства, методы их доказательства и опровержения. Средние арифметическое взвешенное и его свойства. Средние степенные, их свойства и применение.

Неравенство Чебышева и некоторые его обоснования

Неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения.

Обобщения неравенства Коши – Буняковского.

Генераторы замечательных неравенств

Линейная и квадратичная функции и неравенства с переменными. Неравенства геометрического происхождения. Неравенства и определенный интеграл, методы трапеций и треугольников. Неравенство Юнга. Свертка двух одномонотонных последовательностей и ее свойства для двучленных и трехчленных последовательностей. Задачи на установление неравенств с переменными. Одномонотонность конечного числа последовательностей. Центр масс конечной системы материальных точек и его свойства. Выпуклые множества. Надграфик и подграфик функции, заданной на промежутке. Понятие выпуклой и вогнутой функции на промежутке. Неравенство Иенсона. Неравенство Коши – Гельдера. Неравенства Минковского.

Применение неравенств

Неравенства в финансовой математике. Задачи на оптимизацию. Решение задач на максимум и минимум с помощью замечательных неравенств. Теоремы о постоянной сумме и постоянном произведении.

Тематическое планирование

10 класс

1 час в неделю, всего 34 часов

11 класс

1 час в неделю, всего 34 часа

10 класс

Содержание учебного материала	Количество часов
Числовые неравенства и их свойства	2
Понятия «больше» и «меньше» для действительных чисел. Строгие числовые неравенства и их свойства.	1
Понятие нестрогого неравенства. Свойства числовых неравенств.	1
Основные методы установления истинности числовых неравенств, Или как узнать «Что больше?»	5
Сравнение значений двух числовых выражений «по определению» и с помощью сравнения с единицей их отношения.	1
Сравнение значений числовых выражений с помощью сопоставления значений степеней этих выражений и методом оценок.	1
Метод вспомогательной функции и использования ее свойств.	1
Использование замечательных неравенств и свойств определенного интеграла	1
Решение задач на доказательство числовых неравенств и установление соотношений между значениями числовых выражений	1
Основные методы установления истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение.	9
Неравенства с переменными, основные понятия и свойства.	1
Методы анализа и синтеза в решении задач на установление истинности неравенств с переменными.	1
Метод «от противного» и метод использования тождеств в решении задач на установление истинности неравенств с переменными.	1
Метод оценивания и метод введения новых переменных.	1
Метод вспомогательных функций	1
Методы упрощения задач на доказательство неравенств с переменными (метод уменьшения числа переменных и	1

понижения степени неравенства) и метод моделей.	
Некоторые частные случаи неравенства Коши и их применение.	1
Применение неравенства Коши для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции.	1
Решение задач на доказательство неравенств с переменными.	1
Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.	5
Полная индукция – метод перебора всех вариантов и ее применение к решению задач.	1
Аксиома, принцип и метод математической индукции и их применение при доказательстве неравенств с переменными.	1
Теоремы о сравнениях соответствующих членов двух последовательностей.	1
Неравенство Коши для произвольного числа переменных и его применение к решению задач.	1
Неравенство Коши для произвольного числа переменных и применение его для получения новых неравенств и решения задач.	1
Неравенство Коши - Буняковского и его применение к решению задач.	3
Неравенство Коши - Буняковского и условия его реализации в варианте равенства. Тождество Лагранжа.	1
Векторный вариант записи неравенства Коши - Буняковского и тригонометрические подстановки.	1
Применение неравенства Коши - Буняковского к решению задач.	1
Неравенства подсказывают методы их обоснования	7
Метод выравнивания значений переменных (метод Штурма).	1
Метод выравнивания значений переменных и метод раздвигания значений переменных.	1
Использование для доказательства неравенств с переменными свойства симметричности функций.	1
Использование для доказательства неравенств с переменными свойства однородности функций. Условные тождества.	1
Некоторые методы доказательства циклических неравенств.	1
Простейшие приемы установления геометрических неравенств.	1
Условные тождества и условные неравенства.	1
Средние степенные величины	3
Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое в случае двух и большего числа параметров. Соотношения между ними.	1
Соотношения между соседними средними гармоническим,	1

геометрическим, арифметическим и квадратическим в общем случае	
Геометрические интерпретации средних величин. Четыре средних линии трапеции. Среднее арифметико – геометрическое Гаусса.	1

11класс

Раздел	Количество часов
Средние степенные величины	6
Неравенство Чебышева и некоторые его обоснования	3
Генераторы замечательных неравенств	19
Применение неравенств	6

Итого 34

Содержание учебного материала	Количество часов
Средние степенные величины	6
Симметрическое среднее. Теорема Мюрхеда.	1
Круговые неравенства, методы их доказательства и опровержения.	1
Средние арифметическое взвешенное и его свойства.	1
Средние степенные, их свойства и применение.	1
Средние взвешенные степенные, их свойства и применение.	1
Решение задач	1
Неравенство Чебышева и некоторые его обоснования	3
Неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения.	1
Дальнейшие обобщения неравенства Чебышева и неравенства Коши – Буняковского.	1
Решение задач на применение обобщений неравенства Чебышева	1
Генераторы замечательных неравенств	19
Линейная и квадратичная функции и неравенства с переменными.	1
Неравенства геометрического происхождения.	1
Неравенства и определенный интеграл, методы трапеций и треугольников. Неравенство Юнга.	1
Свертка двух одномонотонных последовательностей и ее свойства для двучленных и трехчленных последовательностей. Теорема о двух одномонотонных последовательностях и ее	1

применение.	
Некоторые свойства одномонотонных последовательностей и их свертки. Теорема о двух одномонотонных последовательностях и любой перестановки	1
Использование теорема о двух одномонотонных последовательностях и любой перестановки для решения задач на установление неравенств с переменными	1
Доказательство неравенства Чебышева с помощью теоремы о двух одномонотонных последовательностях и любой перестановки и другие применения этой теоремы	1
Одномонотонность конечного числа последовательностей, их свертка и ее свойства. Теорема о произвольных одномонотонных последовательностях действительных положительных чисел.	1
Использование Теоремы о произвольных одномонотонных последовательностях действительных положительных чисел для решения задач и доказательства теорем	1
Центр масс конечной системы материальных точек и его свойства. Выпуклые множества.	1
Наглядно – геометрическое получение неравенства $Y_G \leq f(x_G)$ и некоторые его частные случаи.	1
Надграфик и подграфик функции, заданной на промежутке; свойства выражения $\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2$, где $\mu_1 + \mu_2 = 1, \mu_1 \geq 0, \mu_2 \geq 0$.	1
Понятие выпуклой и вогнутой функции на промежутке. Неравенство Иенсона.	1
Неравенство Иенсона.	1
Достаточные условия выпуклости и вогнутости функции на промежутке, примеры выпуклых и вогнутых функций.	1
Неравенство Коши – Гельдера.	1
Неравенства Минковского.	1
Примеры применения неравенства Иенсона.	1
Урок заслушивания докладов	1
Применение неравенств	6
Неравенства в финансовой математике.	1
Задача Дидоны и другие задачи на оптимизацию.	1
Решение задач на максимум и минимум с помощью замечательных неравенств.	1
Теоремы о постоянной сумме и постоянном произведении и их применение к решению задач.	1
Замечательные неравенства в задачах математических олимпиад школьников	1
Итоговая контрольная работа	1

